FUNKCJA KWADRATOWA

(KLASA 2 – poziom *podstawowy- wszystkie informacje*)

Postać **ogólna**

$y = ax^2 + bx + c$

liczymy Δ , p , q

liczymy Δ , x_1 , x_2

Postać **kanoniczna**

odpowiada za ***wierzchołek***

$y = a(x-p)^2 + q$

Postać **iloczynowa**

odpowiada za ***miejsca zerowe***

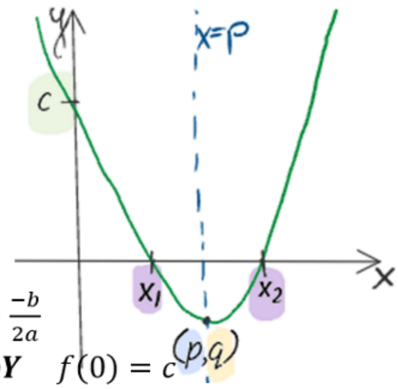
$y = a(x-x_1)(x-x_2)$

(By przejść z postaci kanonicznej bądź iloczynowej do ogólnej to trzeba wymnażyć wszystkie nawiasy.)

Postać ogólna $y = ax^2 + bx + c$ *można z niej wyliczyć deltę, miejsca zerowe i wierzchołek*

Postać kanoniczna $y = a(x-p)^2 + q$ *odpowiada za* ***wierzchołek***

Postać iloczynowa $y = a(x-x_1)(x-x_2)$ *odpowiada za* ***miejsca zerowe***



Postać ogólna $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$

Współczynnik $\boldsymbol{a}$ odpowiada za to czy ramiona są **do góry** czy **do dołu**

gdy $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$ ramiona są skierowane **do góry** a>0

gdy $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$ ramiona są skierowane **do dołu** a<0

Współczynnik $\boldsymbol{b}$ jest powiązany z pierwszą współrzędną wierzchołka p bo $p = \frac{-b}{2a}$

Współczynnik $\boldsymbol{c}$ odpowiada za **punkt przecięcia** funkcji kwadratowej **z osią** $\boldsymbol{oY}$ $f(0) = c$

Z postaci **ogólnej** możemy wyliczyć **deltę** $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Postać kanoniczna $\boldsymbol{y = a(x-p)^2 + q}$ *odpowiada za* ***wierzchołek***

$W = (p, q)$ $\quad p = \frac{-b}{2a}$ $\quad p = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\quad q = \frac{-\Delta}{4a}$ $\quad q = f(p)$

Wartość najmniejsza/największa to $\boldsymbol{q}$

Zbiór wartości funkcji kwadratowej – wszystkie y q q

$ZW = (-\infty, q]$ $\quad ZW = [q, +\infty)$

argumenty - $x'sy$

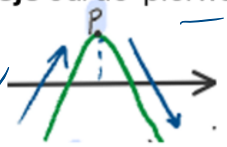
wartości – $y'greki$

Oś symetrii funkcji kwadratowej to $x = p$ x=p

Funkcja kwadratowa **rośnie/maleje** od/do pierwsze współrzędnej wierzchołka $\boldsymbol{p}$

Funkcja **rośnie** dla $x \in [-\infty;\ \boldsymbol{p})$

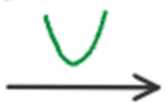
Funkcja **maleje** dla $x \in [\boldsymbol{p};\ +\infty)$



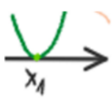
Postać iloczynowa $\boldsymbol{y = a(x-x_1)(x-x_2)}$ *odpowiada za* ***miejsca zerowe***

Od Δ zależy ile mamy miejsc zerowych $\quad \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

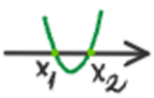
Gdy $\boldsymbol{\Delta} < \mathbf{0}$ **brak** miejsc zerowych



Gdy $\boldsymbol{\Delta} = \mathbf{0}$ **jedno miejsce** zerowe *(będące też wierzchołkiem)* $x_1 = x_2 = p = \frac{-b}{2a}$



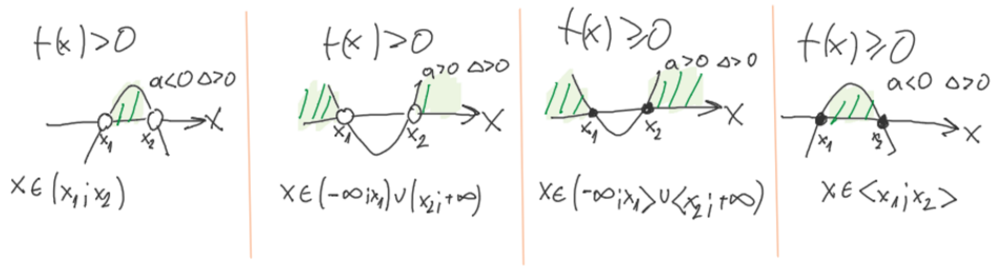
Gdy $\boldsymbol{\Delta} > \mathbf{0}$ **dwa miejsca** zerowe $\quad \boldsymbol{x_1} = \frac{\boldsymbol{-b-\sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$ $\quad \boldsymbol{x_2} = \frac{\boldsymbol{-b+\sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$



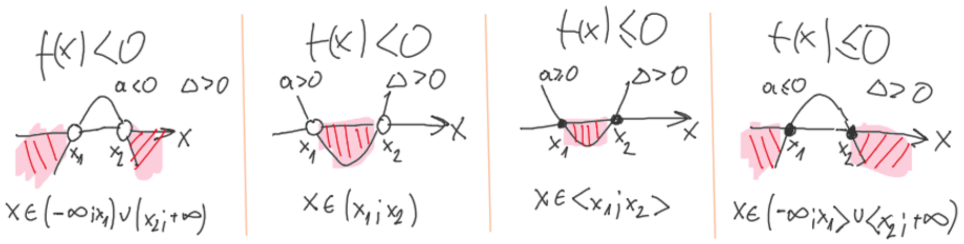
Nierówności funkcji kwadratowej – *s c h e m a t*

1. Sprowadzamy funkcję kwadratową **do postaci ogólnej**
2. Wypisujemy współczynniki funkcji kwadratowej i **liczymy deltę**
3. Liczymy **miejsca zerowe**
4. Robimy **rysunek** i zaznaczamy **przedział** nierówności
5. Zaznaczamy przedział na rysunku i piszemy **odpowiedź**

Jak funkcja ma być ***większa*** *lub* ***większa równa*** *od zera to* ***zaznaczamy*** *przedział będący* ***nad osią x***



Jak funkcja ma być ***mniejsza*** *lub* ***mniejsza równa*** *od zera to* ***zaznaczamy*** *przedział będący* ***pod osią x***



Odczytywanie przedziału – *protip dla osób, które mają problem z zaznaczaniem przedziałów*

- Zawsze rób tak by a było dodatnie (jeśli a jest ujemne to przemnóż funkcje przez minus 1)

W pierwszej kolejności zaznaczamy grubiej/na kolorowo ten kawałek paraboli gdzie funkcja spełnia nierówność.

Jeżeli zaznaczyliśmy **„jedną linie”** (środeczek) to mamy $x \in (x_1; x_2)$ lub $x \in < x_1 ;\ x_2 >$

Jeżeli zaznaczyliśmy **„dwie linie”** (na zewnątrz) to mamy $x \in (-\infty\ ; x_1) \cup (x_2\ ; +\infty)$ lub $x \epsilon (-\infty;\ x_1 > \cup < x_2; +\infty)$

Z A D A N I A O P T Y M A L I Z A C Y J N E - *schemat rozwiązywania* **w funkcji kwadratowej:**

1. **Analiza zadania**, rysunek, wypisanie zmiennych
2. Zapisanie **jednej zmiennej za pomocą drugiej** *(np. y – za pomocą x)*
3. **Dziedzina** funkcji (zazwyczaj każda z krawędzi musi być dodatnia)
4. Funkcja z **2 zmiennymi** *(zazwyczaj jest* ***to funkcja pola****)*
5. Funkcja z **1 zmienną**
6. Wyliczamy **wierzchołek** W=(p, q)
   p – to x dla którego pole jest maksymalne
   q – jest to te największe pole
7. **Odpowiedź**