KOD: PESEL:

PRÓBNA MATURA

FORMUŁA 2026

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

DATA: **MARZEC 2026**

CZAS TRWANIA: **180 MINUT**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym:

1. **Zaznacz emotkę, która opisuje Twój dzień:** 😜 😎 😞 😷 😡
2. **Wybierz swoją super moc: dyskleksja, lenistwo, niewyspanie xDD**
3. **Jeśli masz znajomych, to możesz im podesłać też ten arkusz - będzie nam niezmiernie miło hehe**

Arkusz opracowali: **Kacper Burczaniuk, Paweł Wolski**
korepetycje z matematyki - www.mat-hero.pl | www.matematiko.pl

Zadanie 1. (0-2)

Oblicz granicę:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{8 + 11 + \cdots + (3n + 14)}{\sqrt{n^2 + n + 4} - \sqrt{n^2 + 1}}$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 2. (0-3)

Wykaż, że:

$$\log_2^2 3 + \log_2 18 > 4\log_2 3$$

Zadanie 3. (0-2)

Wyznacz wyraz rozwinięcia $\left(2\sqrt{3}x - \frac{3}{x^2}\right)^9$, gdzie $x \neq 0$, który nie zawiera x.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 4. (0-3)

W trójkącie ABC odcinek AD jest środkową, a odcinek CP jest dwusieczną kąta przy wierzchołku C.

Odcinki te przecinają się w punkcie E.

Wykaż, że: $\frac{P_{\Delta ACE}}{P_{\Delta ECD}} \cdot \frac{|PB|}{|AP|} = 2$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 5. (0-3)

Oblicz ile jest liczb sześciocyfrowych, które spełniają jednocześnie następujące warunki:

– cyfry parzyste stoją tylko na nieparzystych miejscach (licząc od cyfry jedności)
– cyfry nieparzyste stoją na parzystych miejscach
– wszystkie cyfry nieparzyste są różne
– cyfra 0 występuje co najmniej dwa razy

Zadanie 6. (0-3)

Na automatycznej linii produkcyjnej prawdopodobieństwo wykrycia drobnej usterki przez system skanujący podczas pojedynczego przejścia produktu przez czujnik wynosi $p = 0.25$. Przyjmujemy, że kolejne przejścia produktu przez czujnik (skany) są zdarzeniami niezależnymi.

Wyznacz minimalną liczbę skanów n, którym musi zostać poddany produkt, aby prawdopodobieństwo wykrycia usterki przynajmniej raz było większe niż $\mathbf{0.9}$ *(czyli powyżej 90%).*

Zadanie 7. (0-4)

Dany jest nieskończony, rosnący ciąg arytmetyczny a_n o wyrazach dodatnich, w których

$a_2 \cdot a_4 = 6$ oraz $a_1 + a_5 = 5$.

Oblicz największą liczbę n, dla której różnica sumy n początkowych wyrazów o numerach, które są liczbami podzielnymi przez 3 i sumy n początkowych wyrazów o numerach nieparzystych jest mniejsza, niż 5.

Zadanie 8. (0-4)

Cztery kolejne boki czworokąta wpisanego w okrąg mają długości: $|AB| = 2$, $|BC| = 3$,

$|CD| = 4$, $|DA| = 6$

Oblicz długości przekątnych tego czworokąta.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 9. (0-4)

Rozwiąż równanie $sin^2(2x)+\sqrt{3}\,cos(2x)+1=sin(2x)-cos^2(2x)$ **w przedziale** $[0;2\pi]$.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0-5)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = x^2 - (m-1)x + m - 2$ dla każdej liczby rzeczywistej x.

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których funkcja f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 i x_2, spełniające warunki $x_1 \neq 0$, $x_2 \neq 0$ oraz:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < x_1 + x_2$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 11. (0-6)

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy $3a$ i wysokości trzy razy krótszej. Przez przekątną podstawy przechodzi płaszczyzna π, która jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $30°$.

Sporządź rysunek tego graniastosłupa, zaznacz na rysunku przekrój wyznaczony przez płaszczyznę π i nazwij figurę, która jest tym przekrojem. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

Zapisz obliczenia

Zadanie 12. (0-5)

W kartezjańskim układzie współrzędnych dane są punkty: $A = (-1, -3)$ $B = (7, -3)$ oraz wektory $\overrightarrow{CA} = [-9, -9]$ oraz $\overrightarrow{BD} = [-9,9]$.

Wyznacz równanie okręgu opisanego na czworokącie $ABCD$ i oblicz pole koła ograniczonego tym okręgiem.

Zadanie 13.

W ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym wszystkie krawędzie mają długość $6\sqrt{2}$ wpisujemy graniastosłup prawidłowy czworokątny w ten sposób, że cztery wierzchołki tego graniastosłupa zawierają się w krawędziach bocznych ostrosłupa, a dolna podstawa graniastosłupa zawiera się w dolnej podstawie ostrosłupa.

Zadanie 13.1 (0-3)

Wykaż, że objętość tego graniastosłupa jako funkcja długości h jego wysokości wyraża się wzorem: $V(h) = 2h^3 - 24h^2 + 72h$. Wyznacz dziedzinę funkcji $V(h)$

Zapisz obliczenia

Zadanie 13.2 (0-3)

Objętość V graniastosłupa, jako funkcja wysokości h graniastosłupa, wyraża się wzorem

$$V(h) = 2h^3 - 24h^2 + 72h$$

dla $h \in (0: 6)$

Wyznacz wysokość tego z rozważanych graniastosłupów, którego objętość jest największa. Oblicz tą największą objętość. Zapisz obliczenia.